МЕХАНИКА
MECHANICS

УДК 621.9: 531.3 DOI 10.12737/10369

Бифуркации стационарных многообразий, формируемых в окрестности равновесия в динамической системе резания*

В. Л. Заковоротный[1], А. А. Губанова[2], В. В. Христофорова[3]**
[1, 2, 3]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Bifurcations of stationary manifolds formed in the neighborhood of equilibrium in the dynamic cutting system***

V. L. Zakovorotny[1], A. A. Gubanova[2], V. V. Khristoforova[3]**
[1, 2, 3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Рассмотрены проблемы нелинейной динамики процесса обработки материалов резанием. Предложена математическая модель динамической системы, учитывающая динамическую связь, формируемую процессом резания. Динамическая подсистема инструмента представлена линейной динамической системой в плоскости, нормальной к поверхности резания. На основе выполненных исследований даются рекомендации по проектированию систем, имеющих требуемые стационарные многообразия в пространстве состояния. Полученные данные позволяют сделать следующие выводы. Динамическая система резания может служить примером сложного поведения, зависящего от параметров подсистемы инструмента и представления сил в координатах состояния. Представление сил в координатах состояния зависит от множества физических процессов, сопровождающих обработку. Важно отметить, что в зависимости от моделей, взаимодействующих через процесс обработки, в окрестности равновесия могут формироваться различные критерии множества, вызывающие регулярные или нерегулярные свойства формируемой при резании поверхности.

Ключевые слова: процесс резания материалов, динамическая система, инвариантные многообразия, бифуркации.

The work objective is to study the formation of orbitally asymptotically stable limit cycles and two-dimensional invariant tori including bifurcations near the attracting sets. The investigators use primarily methods based on the mathematic simulation of the dynamic systems. Some problems of the nonlinear dynamics of the material cutting are considered. A mathematical model of the dynamic system considering the dynamic link formed by the cutting process is offered. Here, the following key features of the dynamic coupling are taken into account: dependence of the cutting forces on the area of a cut-off layer, delay of forces towards the elastic deformation shifts of the tool in relation to the workpiece, restrictions imposed on the tool movements when the back of the instrument is approaching the treated part of the workpiece, forces – cutting velocity relation. The dynamic subsystem of the tool is presented by a linear dynamic system in the plane orthogonal to a cutting surface. Following the research, some guidelines for designing systems with the required stationary manifold in the state space are provided. Importantly, in the neighborhood of equilibrium, various criteria of set causing regular or irregular features of the formed in-cut surface can develop depending on the models interacting under processing.

Keywords: materials cutting, dynamic system, invariant manifold, bifurcations.

Введение. Проблемы динамики процесса резания исследуются в течение последних 50 лет. При этом внимание уделялось, главным образом, двум вопросам: условиям и механизмам возбуждения автоколебаний [1–5] и анализу устойчивости процесса резания [6–10]. Довольно активно изучаются подсистемы инструмента и обрабатываемой заготовки, их взаимодействия через динамическую связь, формируемую процессом резания. Полученные в результате данные служат основой для исследования динамики процесса резания.

Для раскрытия основных свойств динамической системы можно использовать базовую динамическую модель процесса обработки, которая рассматривает упругие деформационные смещения инструмента в плоскости, нормальной к поверхности резания. При этом динамическая связь, формируемая процессом резания, представляет модель сил резания в координатах состояния системы [11–15].

*Работа выполнена по гранту РФФИ № 14-08-00206а «Разработка теории управления процессами обработки на металлорежущих станках на основе синергетической концепции».
**e-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru, anatoliya81@mail.ru, nikaapp@rambler.ru
*** The research is done on RFFI grant no. 14-08-00206a “Development of the machining control theory based on the synergetic concept”.

В данном случае учитываются:

— нелинейная зависимость сил резания от технологических режимов [16–18];

— периодические изменения параметров динамической системы [19–21];

— закономерности формирования новых поверхностей [22–25].

При рассмотрении устойчивости системы с периодически изменяющимися параметрами, а также при формировании новых поверхностей резания используется теория Флоке [22].

В статье развиваются указанные выше представления о динамической системе резания. Основное внимание уделяется вопросам динамической самоорганизации системы, а также ее бифуркациям в параметрическом пространстве. При этом не принимаются во внимание изгибные деформационные смещения инструмента.

Базовая математическая модель. Если не принимать во внимание зависимости сил от координат состояния, то уравнение динамики процесса можно представить в виде [14].

$$m\frac{d^2X}{dt^2}+h\frac{dX}{dt}+cX=F(t), \tag{1}$$

где $m=\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$, $h=\begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} \\ h_{1,2} & h_{2,2} \end{bmatrix}$, $c=\begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} \end{bmatrix}$ — соответственно матрицы инерционных, диссипативных и упругих коэффициентов подсистемы инструмента; $X=\{X_1, X_2\}^T$ — вектор упругих деформационных смещений инструмента в плоскости, нормальной к поверхности резания; $F(t)=\{F_1(t), F_2(t)\}^T$ — вектор сил резания.

Упругие деформационные смещения рассматриваются в системе координат, двигающейся вдоль заготовки со скоростью движения суппорта V_C. Угловая скорость вращения заготовки считается постоянной. Она определяет постоянную составляющую скорости резания V. Поэтому в установившемся состоянии величина подачи на оборот $S_p = const$.

Сила резания формируется в виде суммы двух составляющих, действующих на переднюю грань инструмента $F^{(1)}$ и на его заднюю грань $F^{(2)}$, то есть $F=F^{(1)}+F^{(2)}$ (рис. 1). При заданной геометрии инструмента технологические режимы (глубина резания t_p и величина подачи на оборот S_p) однозначно определяют ширину срезаемого слоя b и его толщину a, т. к. $a=S_P\sin\varphi$, а $b=t_p/\sin\varphi$ (φ (рис. 1) — главный угол инструмента в плане). Деформационные смещения в направлении, нормальном к плоскости (X_1-X_2), не принимаются во внимание, так как деформации в этом направлении практически не вызывают изменения площади срезаемого слоя S. Кроме того, при точении обычно выполняется соотношение $S_p \langle\langle t_p$.

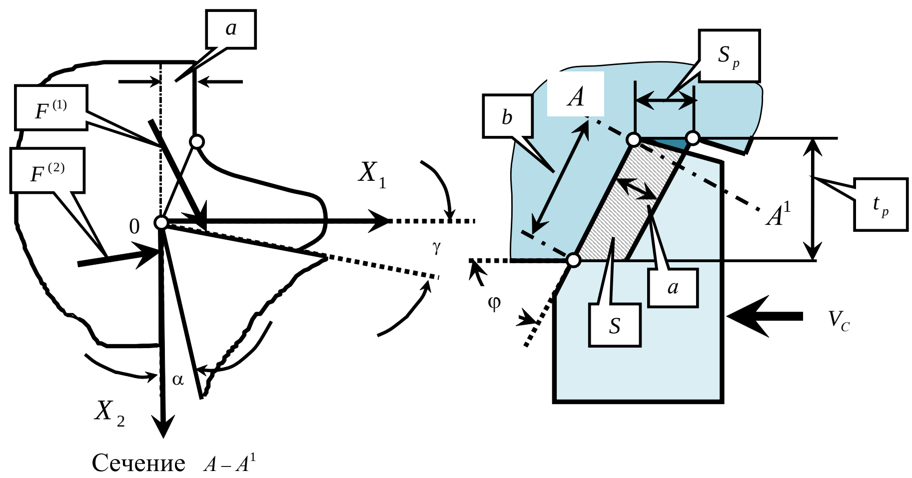


Рис. 1. Ориентация осей деформационных смещений и геометрические соотношения, определяющие формирование площади S срезаемого слоя

Считается, что жесткость подсистемы заготовки на порядок больше, чем жесткость инструмента, поэтому ее деформационными смещениями пренебрегаем. Заметим, что учет упругих деформационных смещений заготовки не представляет сложности. Параметры m, h и c можно определить по правилам, изложенным, например, в [11].

Главная проблема при моделировании динамической системы состоит в представлении $F(t)=\{F_1(t),F_2(t)\}^T$ в координатах состояния. Будем следовать известным взглядам на динамическую связь, формируемую процессом резания. Отдельные элементы этих подходов изложены в выше цитированных работах. В целом, они базируются на следующих особенностях формирования сил резания:

Силы возрастают при увеличении площади срезаемого слоя S;

— существуют запаздывания сил по отношению к вариациям упругих деформационных смещений [3, 6–9];

— они изменяются при варьировании скорости резания [4];

— при сближении задней грани инструмента и обработанной части заготовки имеет место непропорционально быстрое нарастание сил, действующих на заднюю грань инструмента [6, 10];

— существует запаздывание тангенциальных составляющих сил по отношению к их нормальным составляющим.

Кроме этого при моделировании сил используется гипотеза о неизменности ориентации сил в установившемся состоянии. Она определяется:

— для главной составляющей силы $F^{(1)}$ угловыми коэффициентами χ_1 и χ_2;

— для силы, формируемой в области контакта задней грани с обработанной частью поверхности, — угловыми коэффициентами $\chi_1^{(1)}$ и $\chi_2^{(1)}$.

Коэффициенты в основном зависят от переднего угла γ инструмента (угловые коэффициенты χ_1 и χ_2) и от заднего угла (угловые коэффициенты $\chi_1^{(1)}$ и $\chi_2^{(1)}$). Этим свойствам соответствуют следующие представления сил резания в координатах состояния системы:

$$\begin{cases} F_1(X_1,X_2)=\chi_1\rho\cdot b\cdot[a-y_1]+\chi_1^{(2)}\alpha_1\{[V+\dfrac{dX_2}{dt}]-\alpha_2[V+\dfrac{dX_2}{dt}]^3\}+ \\ +\chi_1^{(1)}F^{(0)}\cdot\exp[-\dfrac{dX_1/dt}{T_3}]; \\ F_2(X_1,X_2)=\chi_2\rho\cdot b\cdot[a-y_2]+\chi_2^{(2)}\alpha_1\{[V+\dfrac{dX_2}{dt}]-\alpha_2[V+\dfrac{dX_2}{dt}]^3\}+ \\ +\chi_2^{(1)}F^{(0)}\cdot\exp[-\dfrac{dX_1/dt}{T_3}]; \\ T_1\dfrac{dy_1}{dt}+y_1=X_1; \\ T_2\dfrac{dy_1}{dt}+y_1=X_1, \end{cases} \tag{2}$$

где a, b — соответственно толщина и ширина срезаемого слоя, мм; T_1, T_2 — постоянные времени, моделирующие запаздывание сил по отношению к деформационным смещениям, с, причем, $T_2\rangle T_1$; ρ — давление стружки на переднюю грань инструмента в кг/мм^2; $F_1^{(0)}$ — сила резания, действующая на заднюю грань инструмента в состоянии равновесия, кг; T_3 — параметр, определяющий крутизну нарастания силы, действующей на заднюю грань инструмента (зависит от заднего угла инструмента α), мм/с; V — скорость резания; α_1, α_2 — параметры кинетической характеристики процесса резания, определяющие тангенциальную составляющую силы, действующей на заднюю грань инструмента, кг·с/мм и с/мм^2 соответственно.

Здесь зависимость главной составляющей силы резания от скорости аппроксимируется в соответствии с предложениями [4]. Эта составляющая также ориентирована в плоскости с помощью угловых коэффициентов $\chi_1^{(2)}$ и $\chi_2^{(2)}$.

Таким образом, исследованию подлежит следующая система, которая учитывает все отмеченные выше особенности динамической модели процесса резания:

$$\begin{cases} m\frac{d^2X_1}{dt^2}+h_{1,1}\frac{dX_1}{dt}+h_{2,1}\frac{dX_2}{dt}+c_{1,1}X_1+c_{2,1}X_2=\chi_1\rho\cdot b\cdot(a-y_1)+ \\ +\chi_1^{(1)}F_1^{(0)}\exp(-\frac{dX_1/dt}{T_3})+\chi_2^{(1)}\alpha_1[V+\frac{dX_2}{dt}-\alpha_2(V+\frac{dX_2}{dt})^3]; \\ m\frac{d^2X_2}{dt^2}+h_{1,2}\frac{dX_1}{dt}+h_{2,2}\frac{dX_2}{dt}+c_{1,2}X_1+c_{2,2}X_2= \\ =\chi_2\rho\cdot b\cdot(a-y_2)+\chi_2^{(1)}F_1^{(0)}\exp(-\frac{dX_1/dt}{T_3})+\chi_2^{(2)}\alpha_1[V+\frac{dX_2}{dt}-\alpha_2(V+\frac{dX_2}{dt})^3]; \\ T_1\frac{dy_1}{dt}+y_1=X_1; \\ T_2\frac{dy_1}{dt}+y_2=X_1. \end{cases} \tag{3}$$

Главная проблема, рассматриваемая в настоящей статье, связана с анализом притягивающих многообразий, которые формируются в окрестности равновесия системы (1), (2). Поэтому вначале рассмотрим свойства равновесия — прежде всего, условия потери его устойчивости.

Свойства равновесия системы. Точка равновесия ($X_1^*,\ X_2^*$) определяется из условия $\frac{d^2X}{dt^2}=\frac{dX}{dt}=0$:

$$\begin{cases} (c_{1,1}+\chi_1\rho\cdot b)X_1^*+c_{2,1}X_2^*=\chi_1\rho\cdot b\cdot a+\chi_1^{(1)}F_1^{(0)}+\chi_1^{(2)}\alpha_1[V-\alpha_2(V)^3]; \\ (c_{1,2}+\chi_2\rho\cdot b)X_1^*+c_{2,2}X_2^*=\chi_2\rho\cdot b\cdot a+\chi_2^{(1)}F_1^{(0)}+\chi_2^{(2)}\alpha_1[V-\alpha_2(V)^3]. \end{cases} \tag{4}$$

Система (4) является линейной, и она задает единственную точку равновесия, то есть при изменении параметров и внешних воздействий ветвления точек равновесия не наблюдается. Определение ее устойчивости, как известно [26], основано на линеаризованном в окрестности равновесия уравнении в вариациях относительно ($X_1^*,\ X_2^*$) после замены $X_1(t)=X_1^*+x_1(t)$ и $X_2(t)=X_2^*+x_2(t)$. При этом учтем, что при анализе устойчивости точки равновесия $x_1(t)\Rightarrow 0$, $x_2(t)\Rightarrow 0$, $dx_1(t)/dt\Rightarrow 0$, $dx_2(t)/dt\Rightarrow 0$. Тогда при выполнении этих условий справедливо

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+h_\Sigma\frac{dx}{dt}+c_\Sigma x=0, \tag{5}$$

где $h_\Sigma=\begin{bmatrix} h_{1,1}-\chi_1\rho bT_1+\chi_1^{(1)}F^{(0)}/T_3 & h_{2,1}-\chi_1^{(2)}\alpha_1 \\ h_{1,2}-\chi_2\rho bT_2+\chi_2^{(1)}F^{(0)}/T_3 & h_{2,2}-\chi_2^{(2)}\alpha_1 \end{bmatrix}$; $c_\Sigma=\begin{bmatrix} c_{1,1}+\chi_1\rho b & c_{2,1} \\ c_{1,2}+\chi_2\rho b & c_{2,2} \end{bmatrix}$; $x=\{x_1,x_2\}^T$ — вектор вариаций упругих деформационных смещений.

Из (5) получаем характеристический полином линеаризованной в окрестности равновесия системы

$$\Delta(p)=\begin{bmatrix} mp^2+(h_{1,1}-\chi_1\rho bT_1+\chi_1^{(1)}F^{(0)}/T_3)p+(c_{1,1}+\chi_1\rho\cdot b) & (h_{2,1}-\chi_1^{(2)}\alpha_1)p+c_{1,1} \\ (h_{1,2}-\chi_2\rho bT_2+\chi_2^{(1)}F^{(0)}/T_3)p+(c_{1,2}+\chi_2\rho\cdot b) & mp^2+(h_{2,2}-\chi_2^{(2)}\alpha_1)p+c_{2,2} \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Очевидно, что условия потери устойчивости определяются как свойствами динамической подсистемы инструмента, так и параметрами и моделями представления сил в координатах состояния системы. В частности, если конструктивно обеспечить динамическую систему инструмента ортогональной, то при $h_{2,1}=\chi_1^{(2)}\alpha_1$ система будет устойчивой, если выполнены следующие требования: $h_{1,1}\rangle\chi_1\rho\cdot b\cdot T_1-\chi_1^{(1)}F^{(0)}/T_3$, $h_{2,2}\rangle\chi_2^{(2)}\alpha_1$.

Ранее показано [11], что недиагональные элементы матрицы c зависят от ориентации эллипса жесткости подсистемы инструмента в рассматриваемой плоскости. Этот случай, несмотря на некоторую его условность, подчеркивает, что главные факторы, вызывающие потерю устойчивости, связаны с формированием запаздывающих аргументов в преобразовании деформационных смещений в силы резания. Они указывают также на значение угла наклона скоростной зависимости сил по мере увеличения скорости резания.

В общем же случае главный механизм потери устойчивости при резании связан с образованием ускоряющих сил, которые формируются симметричной составляющей матрицы скоростных коэффициентов. Суммарная матрица

h_Σ в (5) не симметрична. Следовательно, она представима в виде суммы симметричной $h_\Sigma^{(0,C)}$ и кососимметричной $h_\Sigma^{(0,K)}$ составляющих. Из (5) необходимым условием устойчивости является

$$h_\Sigma^{(0,C)} = \begin{bmatrix} [h_{1,1} - \chi_1 \rho \cdot b \cdot T_1 + \chi_1^{(1)} F^{(0)} / T_3)] & [h_{1,2} - 0{,}5(\chi_2 \rho \cdot T_2 + \chi_1^{(2)} \alpha_1 - \chi_2^{(1)} F^{(0)} / T_3)] \\ [h_{1,2} - 0{,}5(\chi_2 \rho \cdot T_2 + \chi_1^{(2)} \alpha_1 - \chi_2^{(1)} F^{(0)} / T_3)] & (h_{2,2} - \chi_2^{(2)} \alpha_1) \end{bmatrix} \rangle 0, \quad (7)$$

из которого вытекают все известные условия потери устойчивости.

Преобразованию матрицы $h_\Sigma^{(0,C)}$ из положительно определенной в отрицательно определенную способствует увеличение:

— запаздывающего аргумента T_1;

— коэффициента α_1, определяющего «падающую» характеристику приращения сил при увеличении скорости резания.

В результате система может потерять устойчивость равновесия, так как гироскопические силы, формируемые матрицей

$$h_\Sigma^{(0,K)} = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}5(\chi_2 \rho \cdot T_2 + \chi_1^{(2)} \alpha_1 - \chi_2^{(1)} F^{(0)} / T_3) \\ -0{,}5(\chi_2 \rho \cdot T_2 + \chi_1^{(2)} \alpha_1 - \chi_2^{(1)} F^{(0)} / T_3) & 0 \end{bmatrix},$$

не могут стабилизировать равновесие при условии $h_\Sigma^{(0,C)} \langle 0$ [27, 28]. Характеристический полином (6) позволяет в параметрическом пространстве проанализировать области устойчивости. Однако нас в данной работе в основном будут интересовать условия, при которых система теряет равновесие и в его окрестности формируются различные стационарные многообразия. Проанализируем этот вопрос на примере. При этом учтем, что зачастую примеры являются более показательными, чем анализ общего уравнения.

Бифуркации стационарных многообразий в окрестности равновесия. Система (3) моделирует два взаимосвязанных колебательных контура, которые имеют два источника самовозбуждения. Один связан с запаздыванием сил резания по отношению к деформационным смещениям. Второй обусловлен существованием участка вариаций скорости (причина его возникновения — так называемый температурно-скоростной фактор), на котором увеличению скорости соответствует уменьшение сил резания. Поэтому в системе в зависимости от параметров могут существовать три стационарных состояния. Первое — асимптотически устойчивая точка равновесия. Второе — орбитально асимптотически устойчивый предельный цикл. Третье — двумерный инвариантный тор.

Рассмотрим систему, параметры динамической модели инструмента которой приведены в таблице. Достаточно малые значения элементов матрицы жесткости выбраны для того, чтобы увеличить чувствительность формируемых многообразий к изменениям параметров динамической связи в процессе резания. Продольное точение стали 20Х осуществляется четырехгранными неперетачиваемыми пластинками из Т16К6. Основные геометрические параметры инструмента: $\gamma = 6^0$, $\alpha = 2^0$, $\varphi = 45^0$.

Таблица 1

Параметры динамической модели инструмента

m, кг × с^2/мм	h, кг×с/мм	с, кг/мм
$\begin{bmatrix} 0{,}98 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0{,}98 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 30 & 2{,}0 \\ 2{,}0 & 12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1020 & 25 \\ 25 & 108 \end{bmatrix}$

Частоты системы без взаимного влияния колебательных контуров ($h_{1,2} = h_{2,1} = c_{1,2} = c_{2,1} = 0$) и динамической связи, формируемой процессом резания, соответственно равны: $\omega_{0,1}^{(1)} = 1020\,Гц$, $\omega_{0,2}^{(1)} = 332\,Гц$. Частоты системы с учетом динамической связи, формируемой процессом резания — $\omega_{0,1}^{(2)} = 1540\,Гц$, $\omega_{0,2}^{(2)} = 840\,Гц$. Давление стружки на переднюю поверхность инструмента — $\rho = (450 - 600) кг / мм^2$. Коэффициенты ориентации силы резания в плоскости равны: $\chi_1 = 0{,}6$, $\chi_2 = 0{,}8$, $\chi_1^{(1)} = 1$, $\chi_2^{(1)} = 0$, $\chi_1^{(2)} = 0{,}8$, $\chi_2^{(2)} = 0{,}6$. Они удовлетворяют условиям нормировки, например $(\chi_1)^2 + (\chi_2)^2 = 1$.

Чтобы варьировать основные параметры динамической характеристики процесса резания изменялись технологические режимы:

— скорость резания в пределах 60–160 м/мин;

— глубина резания в пределах 0,5–3,0 мм.

Величина подачи на оборот выбрана неизменной и равна 0,1 мм/об. Все параметры идентифицированы по правилам, изложенным в [11].

Проанализируем подробно бифуркационную диаграмму в плоскости двух параметров ($T_3 - \alpha_1$), приведенную на рис. 2.

На этой иллюстрации в качестве примера показаны точки 1, 2, 3, 4, для которых на рис. 3 приведены фазовые траектории в сечениях фазового пространства. Части *а, в, д, ж* рис. 3 соответствуют сечению фазового пространства $X_1, \frac{dx_1}{dt}$. Части *б, г, е, з* — сечению $X_2, \frac{dx_2}{dt}$. Все фазовые траектории сверху вниз соответствуют точкам 1, 2, 3, 4. Также на рис. 2 приведены области *D*-разбиения для линеаризованного в окрестности равновесия уравнения. Они показаны пунктирными кривыми. На участках A — O — D пунктирные кривые совпадают с границами бифуркационной диаграммы, поэтому они сливаются с границами четырех областей *D*-разбиения:

— область, в которой все корни характеристического полинома расположены в отрицательной комплексной полуплоскости (A — O — D);

— области, в которых пара комплексно-сопряженных корней расположена в правой комплексной полуплоскости (A — O — E и F — O — D);

— область, в которой две пары комплексно-сопряженных корней расположены в правой комплексной полуплоскости (E — O — F).

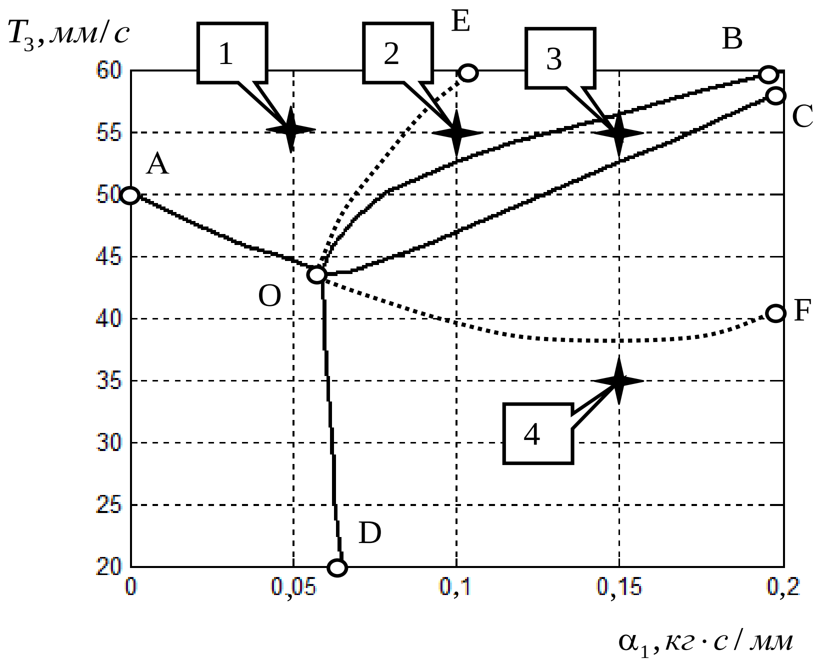


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма в плоскости (T_3, α_1):

A— O — D — область устойчивости равновесия; B — O — C — область формирования двумерного инвариантного тора;
A — O — B — область формирования орбитально асимптотически устойчивого предельного цикла на низкой частоте;
C — O — D — область формирования орбитально асимптотически устойчивого предельного цикла на высокой частоте

Как видно, границы областей *D*-разбиения не совпадают с границами бифуркаций инвариантных многообразий в параметрическом пространстве.

Для объяснения этого смещения границы *D*-разбиения и линии бифуркации перехода от предельного цикла к инвариантному тору дальше можно рассмотреть фазовые траектории, соответствующие точке 2 на рис. 2.

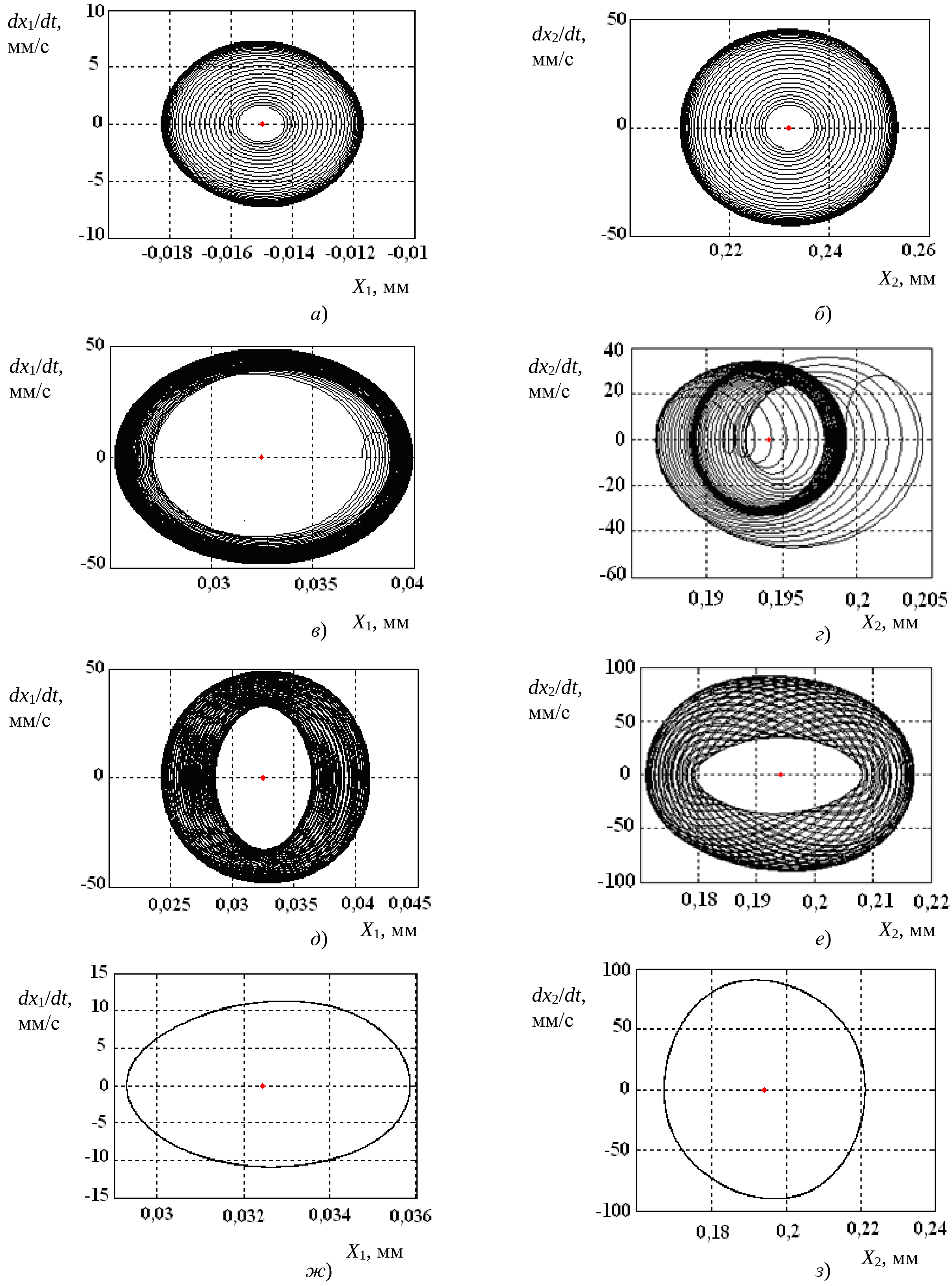


Рис. 3. Фазовые траектории системы, соответствующие четырем точкам на рис. 2: 1 (*а*), (*б*); 2 (*в*), (*г*); 3 (*д*), (*е*); 4 (*ж*), 5 (*з*)

Временные диаграммы для данного случая приведены на рис. 4. Здесь хорошо видно, что двухчастотный процесс с течением времени преобразуется в одночастотный, то есть имеет место затягивание высокочастотных колебаний к низкочастотным. Аналогичная ситуация возникает и в области C — O — F. Однако здесь низкочастотный про-

цесс стягивается к высокочастотному. Эти эффекты связаны с нелинейными диссипативными свойствами системы, которые учитываются в правой части системы (3).

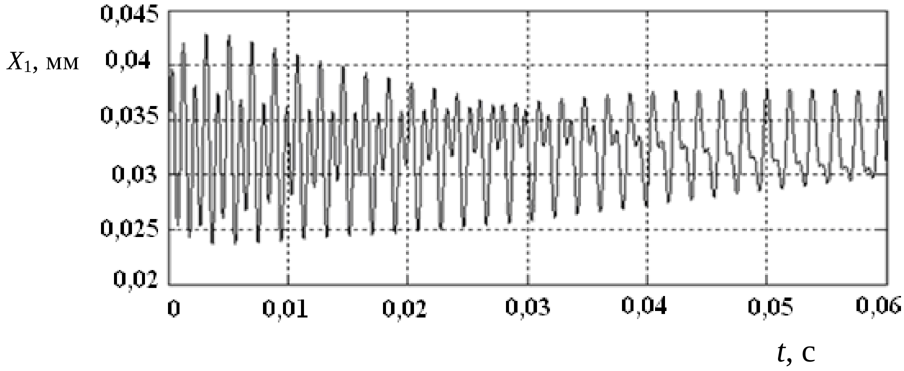


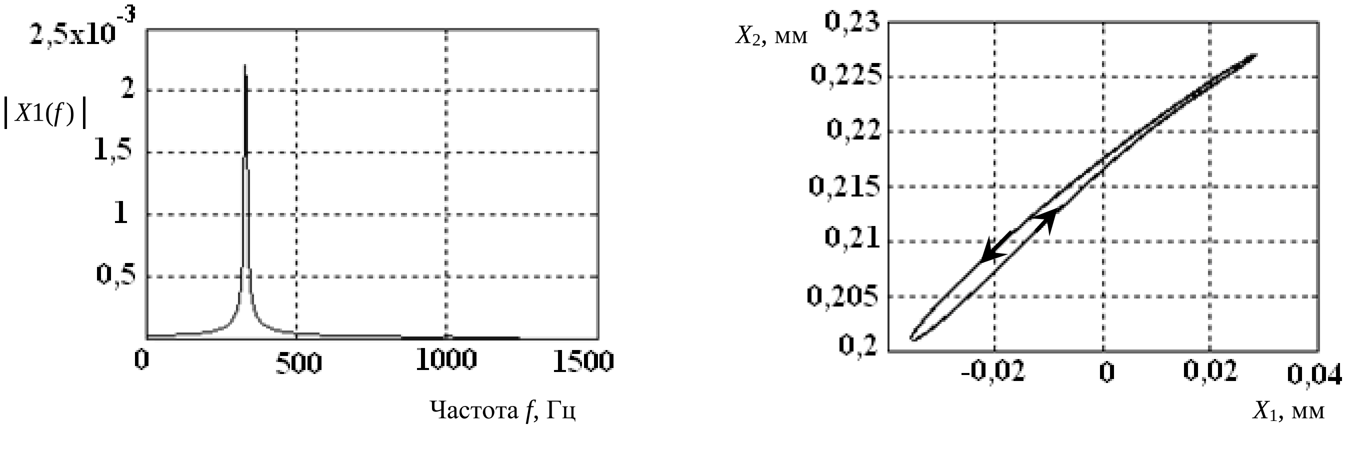
Рис. 4. Пример преобразования двухчастотного процесса в одночастотный, то есть в орбитально асимптотически устойчивый предельный цикл

Приведем также спектральные характеристики колебаний (рис. 5, *а*, *в*, *д*) для точек 2, 3, 4 на рис. 2.

Важно подчеркнуть, что при этом меняется расположение ориентации колебаний в плоскости ($X_1 - X_2$) и их размах в направлении X_1, в котором инструмент оставляет следы на обрабатываемой поверхности (см. рис. 5, *б*, *г*, *е*). При переходе от низкочастотных автоколебаний к высокочастотным размах X_1 соответственно уменьшается с 0,065 мм до 0,006 мм. При этом изменяется ориентация направления колебаний в плоскости ($X_1 - X_2$).

Анализ влияния упруго-диссипативных параметров подсистемы инструмента на формируемые многообразия показывает, что качественно бифуркационная диаграмма остается соответствующей рис. 2. Варьирование параметров матрицы c приводит к смещениям корней характеристического полинома (6) в комплексной плоскости.

При этом корни могут сближаться. В таком случае область, в которой формируется двумерный инвариантный тор, вырождается. На формирование этой области оказывают существенное влияние недиагональные элементы матрицы жесткости. При увеличении прежде всего диагональных элементов матрицы h область устойчивости расширяется. Таким образом, при изменении параметров упругости и диссипации подсистемы инструмента происходят изменения многообразий, формируемых в окрестности равновесия системы.



а) *б*)

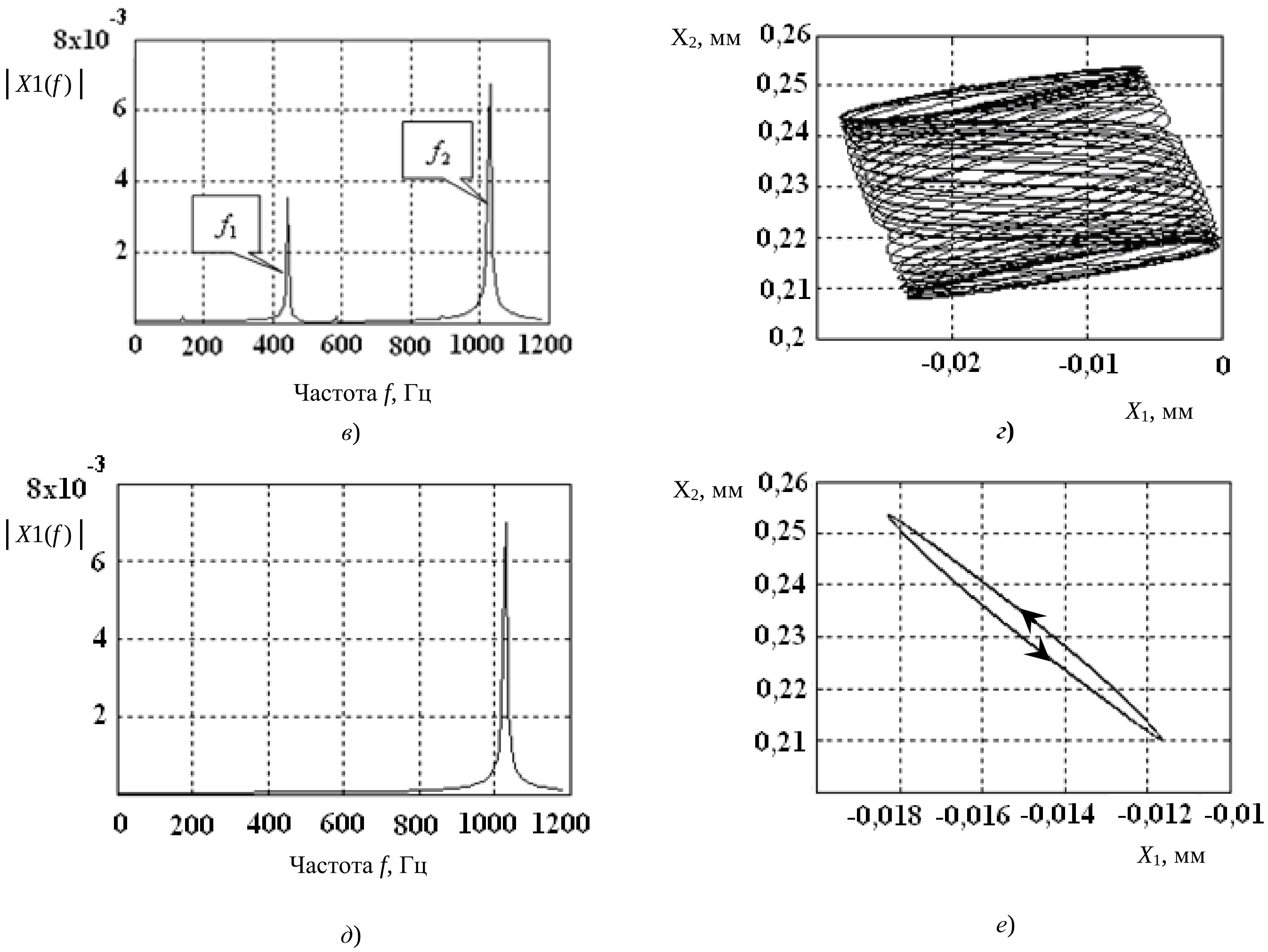


Рис. 5. Изменение спектров установившихся колебаний и их ориентация в плоскости ($X_1 - X_2$) для точек 2 (*а*), (*б*), 3 (*в*), (*г*), 4 (*д*), (*е*) на рис. 2

Заключение. Динамическая система резания, формируемая на основе взаимодействия подсистемы инструмента с динамической связью процесса обработки, является принципиально нелинейной. В окрестности равновесия такой системы, как правило, формируются инвариантные многообразия типа предельного цикла или инвариантного тора. Параметры этих многообразий обусловлены свойствами формируемой динамической связи, зависящей от технологических режимов и от динамических свойств подсистемы инструмента. В свою очередь, известно [6, 29], что, например, стойкость инструмента обусловлена параметрами его автоколебаний. При этом в зависимости от частоты имеет место оптимальное значение автоколебаний, при которых стойкость максимальна. Кроме этого, в зависимости от ориентации параметров автоколебаний в пространстве они могут приводить к уменьшению величины шероховатости формируемой поверхности. Поэтому раскрытие механизмов образования и прогнозирование их параметров открывает путь улучшения процесса резания.

Библиографический список

1. Дроздов, Н. А. К вопросу о вибрациях станка при токарной обработке / Н. А. Дроздов // Станки и инструмент. — 1937. — № 12. — С. 12–17.

2. Каширин, А. И. Исследование вибраций при резании металлов / А. И. Каширин. — Москва ; Ленинград : АН СССР, 1944. — 282 с.

3. Соколовский, А. П. Вибрации при работе на металлорежущих станках / А. П. Соколовский // Исследование колебаний при резании металлов. —Москва : Машгиз, 1958. — С. 15–18.

4. Мурашкин, Л. С. Прикладная нелинейная механика станков / Л. С. Мурашкин, С. Л. Мурашкин. — Ленинград : Машиностроение, 1977. — 192 с.

5. Альбрехт, П. Динамика процесса резания металла / П. Альбрехт // Конструирование и технология машиностроения : тр. Американского общества инженеров-механиков (ASME). —1965. — Т. 87, серия В, № 4.— С. 40–54.

6. Жарков, И. Г. Вибрации при обработке лезвийным инструментом / И. Г. Жарков. — Ленинград : Машиностроение, 1987. — 184 с.

7. Тлустый, И. Автоколебания в металлорежущих станках / И. Тлустый. — Москва : Машгиз, 1956. — 395 с.

8. Кудинов, В. А. Динамика станков / В. А. Кудинов. — Москва : Машиностроение, 1967. —359 с.

9. Эльясберг, М. Е. Автоколебания металлорежущих станков: теория и практика / М. Е. Эльясберг. — Санкт-Петербург : ОКБС, 1993. — 182 с.

10. Вейц, В. Л. Задачи динамики, моделирования и обеспечения качества при механической обработке маложестких заготовок / В. Л. Вейц, Д. В. Васильков // Станки, инструмент. — 1999. — № 6. — С. 9–13.

11. Заковоротный, В. Л. Динамика процесса резания. Синергетический подход / В. Л. Заковоротный, М. Б. Флек // Ростов-на-Дону : Изд-во ДГТУ, 2006. — 876 с.

12. Заковоротный, В. Л. Математическое моделирование и параметрическая идентификация динамических свойств подсистемы инструмента и заготовки / В. Л. Заковоротный, Фам Динь Тунг, Нгуен Суан Тьем // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. — 2011. — № 2. — С. 38–46. — (Технические науки).

13. Заковоротный, В. Л. Динамический мониторинг состояния процесса резания / В. Л. Заковоротный, Е. В. Бордачев, М. И. Алексейчик // Станки, инструмент. — 1998. — № 12. — С. 6–12.

14. Заковоротный, В. Л. Моделирование деформационных смещений инструмента относительно заготовки при точении / В. Л. Заковоротный, Фам Динь Тунг, Нгуен Суан Тьем // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2010. — Т. 10, № 7. — С. 1005–1015.

15. Altintas, Y. Analytical prediction of stability lobes in milling / Y. Altintas, E. Budak // CIRP Annals. — 1995. — Vol. 44. — P. 357–362.

16. Balachandran, B. Non-linear dynamics of milling process/ B. Balachandran // Philosophical Transactions of the Royal Society. — 2001. — Vol. 359. — P. 793–820.

17. Davies, M.-A. The stability of low immersion milling / M.-A. Davies, J.-R. Pratt // CIRP Annals. — 2000.— Vol. 49. — P. 37–40.

18. Stability prediction for low radial immersion milling / M.-A. Davies [et al.] // The Journal of Manufacturing Science and Engineering. — 2002. — Vol. 124. — P. 217–225.

19. Prediction of regenerative chatter by modeling and analysis of high-speed milling / R.-P.-H. Faassen [et al.] // The International Journal of Machine Tools and Manufacture. — 2003. — Vol. 43. — P. 1437–1446.

20. Corpus, W.-T. Added stability lobes in machining processes that exhibit periodic time variation. Part 1: An analytical solution / W.-T. Corpus, W.-J. Endres // The Journal of Manufacturing Science and Engineering. — 2004. Vol. 126. — P. 467–474.

21. Floquet, M.-G. Equations diff˝erentielles lin´eaires a coefficients peridiques / M.-G. Floquet // Annales scientifiques de l'École normale supérieure. 1883. — Vol. 12 — P. 47–89.

22. Заковоротный, В. Л. Параметрическое самовозбуждение динамической системы резания / В. Л. Заковоротный, Фам Тхы Хыонг // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2013. — № 5/6 (74/75). — С. 97–104.

23. Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays / A. M. Gouskov [et al.] // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. — 2002. — Vol. 7. — P. 207–221.

24. Impact of the cutting dynamics of small radial immersion milling operations on machined surface roughness / G. Peigne [et al.] // The International Journal of Machine Tools and Manufacture. — 2004. — Vol. 44. — P. 1133–1142.

25. Szalai, R. Global dynamics of low immersion high-speed milling / R. Szalai, G. Stepan, S.-J. Hogan // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. — 2004. — Vol. 14. — P. 1069–1077.

26. Меркин, Д. Р. Введение в теорию устойчивости движения / Д. Р. Меркин. — Москва : Наука, 1971.— С. 304.

27. Лихаданов, В. М. О влиянии структуры сил на устойчивость движения / В. М. Лихаданов // Прикладная математика и механика. — 1974. — Т. 38. — С. 246–253.

28. Лихаданов, В. М. О стабилизации потенциальных систем / В. М. Лихаданов // Прикладная математика и механика. — 1975. — Т. 39. — С. 53–58.

29. Остафьев, В. А. Диагностика процесса металлообработки / В. А. Остафьев, В. С. Антонюк, Г. С. Тымчик // Киев : Тэхника, 1991. — С. 54–55.

References

1. Drozdov, N.A. K voprosu o vibratsiyakh stanka pri tokarnoy obrabotke. [On machine vibrations under turning.] Stanki i instrument,1937, no. 12, pp. 12–17 (in Russian).

2. Kashirin, A.I. Issledovanie vibratsiy pri rezanii metallov. [Study on vibrations under metal cutting.] Moscow; Leningrad: AN SSSR, 1944, 282 p. (in Russian).

3. Sokolovskiy, A.P. Vibratsii pri rabote na metallorezhushchikh stankakh. Issledovanie kolebaniy pri rezanii metallov. [Vibrations when operated at machine-tools. Vibration analysis under metal cutting.] Moscow: Mashgiz, 1958, pp. 15–18 (in Russian).

4. Murashkin, L.S., Murashkin, S.L. Prikladnaya nelineynaya mekhanika stankov. [Applied nonlinear tooling mechanics.] Leningrad: Mashinostroenie, 1977, 192 p. (in Russian).

5. Albrecht, P. Dinamika protsessa rezaniya metalla. [Dynamics of Metal-Cutting Process.] Konstruirovanie i tekhnologiya mashinostroeniya: tr. Amerikanskogo obshchestva inzhenerov-mekhanikov (ASME). [Construction and Building Design: Proc. Amer. Soc. of Mech. Engineers (ASME).] J. Manuf. Sci. Eng., 1965, vol. 87, iss. 4, pp. 40–54 (in Russian).

6. Zharkov, I.G. Vibratsii pri obrabotke lezviynym instrumentom. [Vibrations under edge tool cutting.] Leningrad: Mashinostroenie, 1987, 184 p. (in Russian).

7. Tlusty, I. Avtokolebaniya v metallorezhushchikh stankakh. [Self-oscillations in machine tools.] Moscow: Mashgiz, 1956, 395 p. (in Russian).

8. Kudinov, V.A. Dinamika stankov. [Dynamics of machines.] Moscow: Mashinostroenie, 1967, 359 p. (in Russian).

9. Elyasberg, M.E. Avtokolebaniya metallorezhushchikh stankov: teoriya i praktika. [Self-oscillations of machine tools: theory and practice.] St. Petersburg: OKBS, 1993, 182 p. (in Russian).

10. Veyts, V.L., Vasilkov, D.V. Zadachi dinamiki, modelirovaniya i obespecheniya kachestva pri mekhanicheskoy obrabotke malozhestkikh zagotovok. [Problems of dynamics, modeling and quality assurance for machining slender workpieces.] Stanki, instrument, 1999, no. 6, pp. 9–13 (in Russian).

11. Zakovorotny, V.L., Flek, M.B. Dinamika protsessa rezaniya. Sinergeticheskiy podkhod. [Dynamics of the cutting process. Synergetic approach.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2006, 876 p. (in Russian).

12. Zakovorotny, V.L., Pham Dinh Tung, Nguyen Xuan Chiem. Matematicheskoe modelirovanie i parametricheskaya identifikatsiya dinamicheskikh svoystv podsistemy instrumenta i zagotovki. [Mathematical simulation and parametric identification of dynamic properties of the tool and workpiece subsystem.] Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskiy region. Technical Sciences. 2011, no. 2, pp. 38–46 (in Russian).

13. Zakovorotny, V.L., Bordachev, E.V., Alexeychik, M.I. Dinamicheskiy monitoring sostoyaniya protsessa rezaniya. [Dynamic monitoring of the cutting process state.] Stanki, instrument, 1998, no. 12, pp. 6–12 (in Russian).

14. Zakovorotny, V.L., Pham Dinh Tung, Nguyen Xuan Chiem. Modelirovanie deformatsionnykh smeshcheniy instrumenta otnositel'no zagotovki pri tochenii. [Modeling of tool deformation offsetting to workpiece in turning.] Vestnik of DSTU, 2010, vol. 10, no. 7, pp. 1005–1015 (in Russian).

15. Altintas, Y., Budak, E. Analytical prediction of stability lobes in milling. CIRP Annals, 1995, vol. 44, pp. 357–362.

16. Balachandran, B. Non-linear dynamics of milling process. Philosophical Transactions of the Royal Society, 2001, vol. 359, pp. 793–820.

17. Davies, M.-A., Pratt, J.-R. The stability of low immersion milling. CIRP Annals, 2000, vol. 49, pp. 37–40.

18. Davies, M.-A., et al. Stability prediction for low radial immersion milling. The Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2002, vol. 124, pp. 217–225.

19. Faassen, R.-P.-H, et al. Prediction of regenerative chatter by modeling and analysis of high-speed milling. The International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2003, vol. 43, pp. 1437–1446.

20. Corpus, W.-T., Endre, W.-J. Added stability lobes in machining processes that exhibit periodic time variation. Part 1: An analytical solution. The Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2004, vol. 126, pp. 467–474.

21. Floquet, M.-G. Equations diff˝erentielles lin´eaires a coefficients peridiques. Annales scientifiques de l'École normale supérieure, 1883, vol. 12, pp. 47–89.

22. Zakovorotny, V.L., Pham Thu Huong. Parametricheskoe samovozbuzhdenie dinamicheskoy sistemy rezaniya. [Parametric self-excitation of cutting dynamic system.] Vestnik of DSTU, 2013, no. 5/6 (74/75), pp. 97–104 (in Russian).

23. Gouskov, A.M., et al. Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2002, vol. 7, pp. 207–221.

24. Peigne, G., et al. Impact of the cutting dynamics of small radial immersion milling operations on machined surface roughness. The International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2004, vol. 44, pp. 1133–1142.

25. Szalai, R., Stepan, G., Hogan, S.-J. Global dynamics of low immersion high-speed milling. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 2004, vol. 14, pp. 1069–1077.

26. Merkin, D.R. Vvedenie v teoriyu ustoychivosti dvizheniya. [Introduction to the stability theory.] Moscow: Nauka, 1971, 304 p. (in Russian).

27. Likhadanov, V.M. O vliyanii struktury sil na ustoychivost' dvizheniya. [On effect of force structure on stability of motion.] Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1974, vol. 38, pp. 246–253 (in Russian).

28. Likhadanov, V.M. O stabilizatsii potentsial'nykh sistem. [Stabilization of direct-current systems.] Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1975, vol. 39, pp. 53–58 (in Russian).

29. Ostafyev, V.A., Antonyuk, V.S., Tymchik, G.S. Diagnostika protsessa metalloobrabotki. [Diagnostics of metalworking process.] Kiev: Tekhnika, 1991, pp. 54–55 (in Russian).

Поступила в редакцию 23.09.2014
Сдана в редакцию 25.09.2014
Запланирована в номер 28.01.2015